

Решения задач 10 класса

1. Решение. Например, $0 + 2 \cdot 3 + 4 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 0 = 1 \cdot 6$.

Комментарии. Есть и другие решения. Должны присутствовать все цифры, лишь «Я» повторяется, проверяйте. Оценка — **0 или 7 баллов**.

2. Ответ. 3, 4, 5, 6.

Решение. Из второго неравенства x лежит между 0 и 7. Так как x оказывается положительным, то первое неравенство приобретает вид $x > \sqrt{7}$. Отсюда ответ.

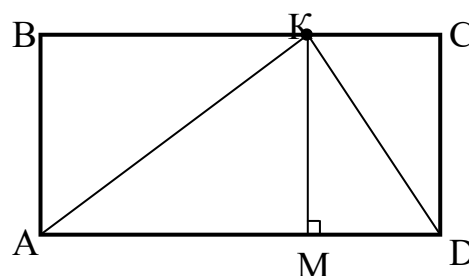
Комментарии. Только ответ — **1 балл**.

Неравносильные преобразования, не повлиявшие на ответ — **4 балла**.

Неверный ответ — **0 баллов**.

3. Ответ. $1/6$.

Решение 1. Площадь прямоугольника равна $AB \cdot BC$, а площадь треугольника ABK равна $AB \cdot BK/2$. Отношение площадей даёт $BK = 2BC/3$, значит, $CK = BC/3$. Тогда площадь треугольника CDK составляет $CD \cdot CK/2 = AB \cdot BC/6$.



Решение 2. Опустим перпендикуляр KM из точки K на отрезок AD . Он разделит прямоугольник на 2 прямоугольника, каждый из которых разделён на два равных треугольника. В силу условия, площадь одного из них ($ABKM$) составит $2/3$ площади исходного прямоугольника. Тогда площадь другого ($MKCD$) равна $1/3$ его площади, а площадь соответствующего треугольника (CDK) равна $1/6$ его площади.

Комментарии. Только ответ — **1 балл**.

4. Ответ. $p = 1/8$ и $q = -3/256$.

Решение. По теореме Виета $D + (-3D) = -p$, $D(-3D) = q$. Подставляя эти выражения в равенство $D = p^2 - 4q$, получим $D = 16D^2$. Откуда $D = 0$, но тогда корни совпадут, или $D = 1/16$. Отсюда вычисляем p и q .

Комментарии. При верном ходе решения допущена вычислительная ошибка — **4 балла**. Коэффициенты уравнения выражены через дискриминант, но дискриминант не найден — **1 балл**.

5. Ответ. $N = 29$.

Решение. Понятно, что $N \geq 9$. Рядом с числом 9 должны находиться два числа, содержащие в своей записи девятку. Поэтому $N \geq 29$. Числа от 1 до 29 расставить можно. Например, так. Разобьём их на 10 строк вида $\overline{1a}, a, \overline{2a}$, где a — цифра (при $a = 0$ строка — 10, 20). Внутри строк условие выполнено. Будем стыковать строки числами с одинаковым значением десятков. Круг замкнётся корректно, потому что строк — чётное число.

Комментарии. Только пример без оценки (то есть без доказательства минимальности N) — **4 балла**. Проверяйте внимательно, что использованы все числа и по одному разу, а также совпадение цифр у соседей.

Только оценка (доказано, что $N \geq 29$) без примера — **3 балла**.

Только ответ — **1 балл**.